

Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan

P1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} (a^2 - 2)x + 2y + z = a + 2 \\ (a^2 - 2)x + 4y + (a + 1)z = a + 6 \\ (a^2 - 2)x + 2y + (2 - a)z = a + \sqrt{2} \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(2.5 puntos)

P2) El plano π pasa por los puntos $P_1(2, 0, 5)$, $P_2(1, -2, 2)$ y $P_3(3, -1, 2)$. Una esfera con centro en $C(0, 1, -3)$ toca al plano en un único punto. Calcula el radio de la esfera y el punto de intersección.

(2.5 puntos)

P3) Calcula las integrales indefinidas:

$$\int \frac{x - 7}{x^2 + x - 6} dx \quad (1.25 \text{ puntos})$$

$$\int e^{2x} \sin(2x + 1) dx \quad (1.25 \text{ punto2})$$

P4) Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} + \ln \frac{x^2 + 2}{3} & x < 1 \\ \frac{x^2}{3} & x \geq 1 \end{cases}$

a) Demuestra que la función es derivable en todo \mathbb{R} .

(1 punto)

b) Demuestra que existe un valor $\alpha \in (0, 2)$ tal que $f'(\alpha) = 1$. Enuncia el (los) resultado(s) teórico(s) utilizado(s) y justifica su uso.

(1.5 puntos)

P5) Sabiendo que la inversa de una matriz A es $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y la inversa de la matriz $A \cdot B$ es $\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, determina la matriz B .

(2.5 puntos)

P6) Calcula la ecuación continua de la recta t sabiendo que corta perpendicularmente a las siguientes rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ x + 3z - 7 = 0 \end{cases} \quad y \quad s \equiv \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}$$

(2.5 puntos)

P7) Calcula los extremos absolutos de la función $f(x) = e^{\pi x} \cdot \sin \pi x$ en el intervalo $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$. Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(2.5 puntos)

P8) Sean las funciones $f(x) = \frac{x}{2} + 1$ y $g(x) = \sqrt{x-2} + 2$. Encuentra los dos puntos en los que se cortan sus gráficas, y calcula el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.

(2.5 puntos)

Criterios de corrección y calificación

Criterios generales

La duración de la prueba es de 90 minutos. Se calificará de 0 a 10 puntos, redondeando a cuartos de punto.

- Se debe responder **exclusivamente** a cuatro de los problemas planteados. Si alguien responde a más de cuatro, solo se sumarán las cuatro peores puntuaciones.
- Se tendrá en cuenta el planteamiento seguido para la resolución del problema y la claridad en la exposición. Si es pertinente, se valorará la referencia a los resultados teóricos usados.
- Para la penalización de los errores en los cálculos, se tendrá en cuenta:
 - si son consecuencia de no haber seguido el procedimiento más adecuado.
 - si reflejan fallos de concepto.
 - si producen simplificaciones relevantes.
 - si ocurren con reiteración.

Criterios específicos

P1) Se valorará con 1.5 puntos la discusión completa, incluyendo la mención del teorema, 0,5 puntos la solución del caso compatible determinado y 0,5 puntos la del caso compatible indeterminado.

P4) En el apartado (a) se valorará sobre 0.5 puntos el estudio de la continuidad y con 0.5 puntos el de la derivabilidad. En el apartado (b) se valorará sobre 0.75 puntos el enunciado del (de los) resultado(s) teórico(s) requerido(s). Se valorará sobre 0.75 puntos la justificación de su uso.

P7) Se valorará sobre 1 punto el enunciado del resultado teórico requerido. Se valorará sobre 1.5 puntos la justificación de su uso.

P8) Se valorará con 0.5 puntos la obtención de los puntos de corte, con 0,5 puntos el dibujo de la gráfica (aunque no sea muy detallado) y con 1,5 puntos el cálculo del área. Si la resolución es correcta, se puede obtener la máxima puntuación aunque no incluya dibujo.